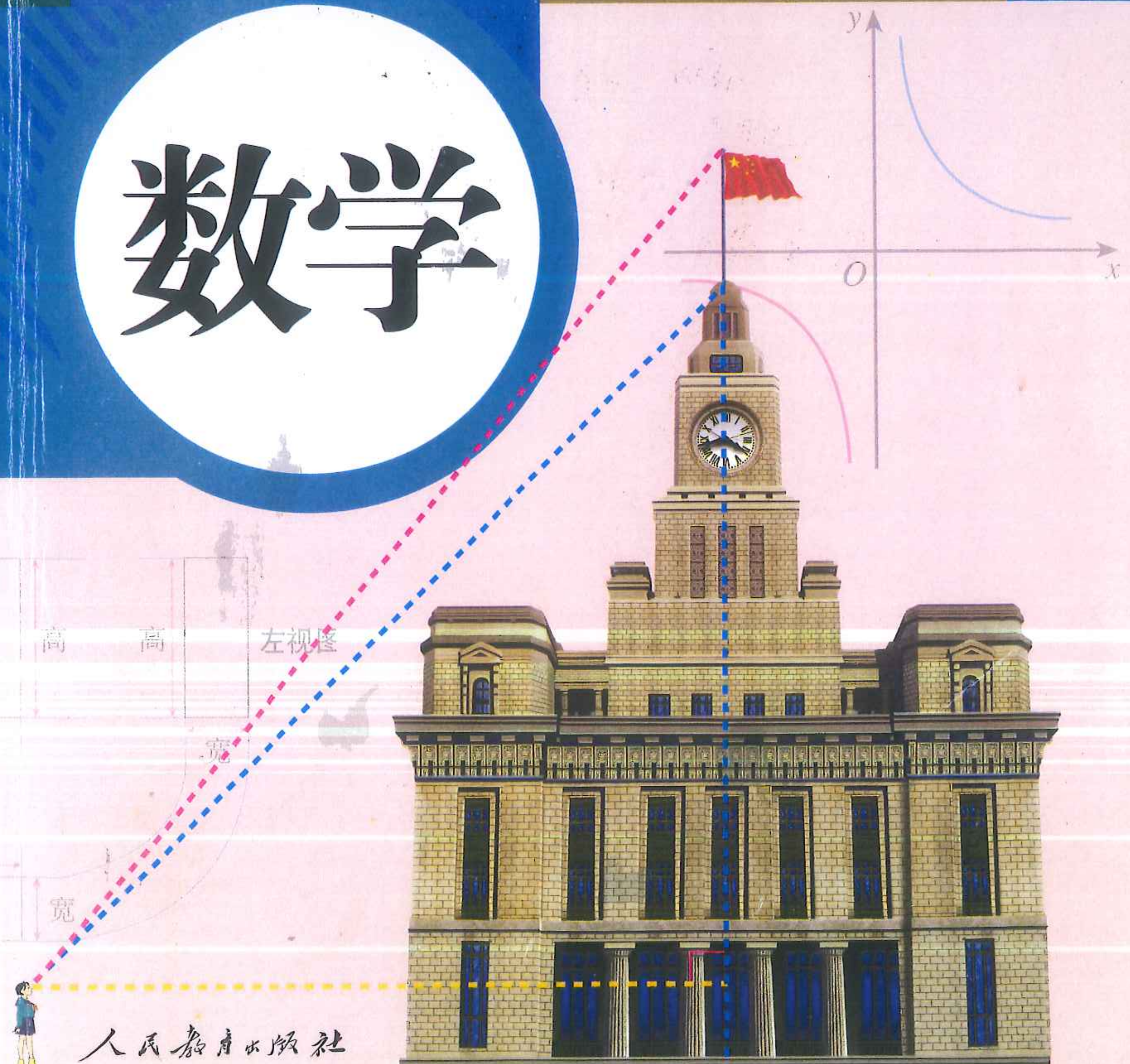
教育部审定 2013

义务教育教科书

九年级

下册

数学

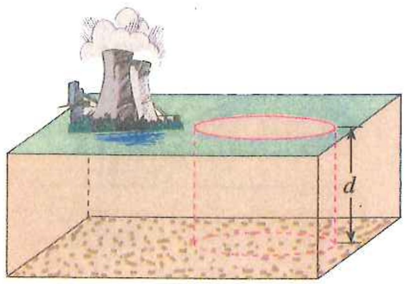


人民教育出版社

目　　录

26.2 实际问题与反比例函数

前面我们结合实际问题讨论了反比例函数，看到了反比例函数在分析和解决实际问题中的作用. 下面我们进一步探讨如何利用反比例函数解决实际问题.



例 1 市煤气公司要在地下修建一个容积为10^4 m^3的圆柱形煤气储存室.

(1) 储存室的底面积 S（单位：m^2）与其深度 d（单位：m）有怎样的函数关系？

(2) 公司决定把储存室的底面积 S 定为 500 m^2，施工队施工时应该向地下掘进多深？

(3) 当施工队按 (2) 中的计划掘进到地下 15 m 时，公司临时改变计划，把储存室的深度改为 15 m. 相应地，储存室的底面积应改为多少（结果保留小数点后两位）？

解：(1) 根据圆柱的体积公式，得

$$Sd=10^4,$$

所以 S 关于 d 的函数解析式为

$$S=\frac{10^4}{d}.$$

(2) 把 $S=500$ 代入 $S=\frac{10^4}{d}$，得

$$500=\frac{10^4}{d},$$

解得

$$d=20(\mathrm{m}).$$

如果把储存室的底面积定为 500 m^2，施工时应向地下掘进 20 m 深.

(3) 根据题意，把 $d=15$ 代入 $S=\frac{10^4}{d}$，得

$$S=\frac{10^4}{15},$$

解得

$$S\approx 666.67(\mathrm{m}^2).$$

当储存室的深度为 15 m 时，底面积应改为 666.67 m^2.

例 2 码头工人每天往一艘轮船上装载 30 吨货物，装载完毕恰好用了 8 天时间.

(1) 轮船到达目的地后开始卸货，平均卸货速度 v（单位：吨/天）与卸货天数 t 之间有怎样的函数关系？

(2) 由于遇到紧急情况，要求船上的货物不超过 5 天卸载完毕，那么平均每天至少要卸载多少吨？

分析： 根据“平均装货速度×装货天数＝货物的总量”，可以求出轮船装载货物的总量；再根据“平均卸货速度＝货物的总量÷卸货天数”，得到 v 关于 t 的函数解析式.

解： (1) 设轮船上的货物总量为 k 吨，根据已知条件得

$$k=30\times 8=240,$$

所以 v 关于 t 的函数解析式为

$$v=\frac{240}{t}.$$

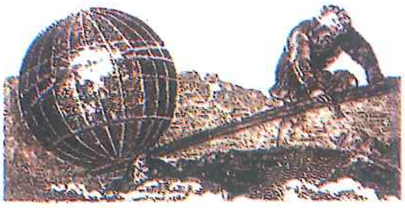
(2) 把 $t=5$ 代入 $v=\frac{240}{t}$，得

$$v=\frac{240}{5}=48(\text{吨/天}).$$

从结果可以看出，如果全部货物恰好用 5 天卸载完，那么平均每天卸载 48 吨. 对于函数 $v=\frac{240}{t}$，当 $t>0$ 时，t 越小，v 越大. 这样若货物不超过 5 天卸载完，则平均每天至少要卸载 48 吨.

公元前 3 世纪，古希腊科学家阿基米德发现：若杠杆上的两物体与支点的距离与其重量成反比，则杠杆平衡. 后来人们把它归纳为“杠杆原理”. 通俗地说，杠杆原理为：

阻力×阻力臂＝动力×动力臂（图 26.2-1）.



给我一个支点，我可以撬动地球！
——阿基米德

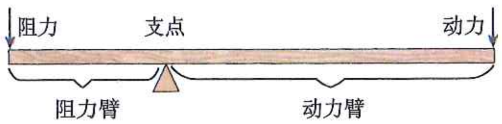


图 26.2-1

例 3 小伟欲用撬棍撬动一块大石头，已知阻力和阻力臂分别为1 200 N和0.5 m.

(1) 动力 F 与动力臂 l 有怎样的函数关系？当动力臂为 1.5 m 时，撬动石头至少需要多大的力？

(2) 若想使动力 F 不超过题 (1) 中所用力的一半，则动力臂 l 至少要加长多少？

解：(1) 根据“杠杆原理”，得

$$Fl=1\,200\times0.5,$$

所以 F 关于 l 的函数解析式为

$$F=\frac{600}{l}.$$

当 $l=1.5$ m 时，

$$F=\frac{600}{1.5}=400(\mathrm{N}).$$

对于函数 $F=\frac{600}{l}$，当 $l=1.5$ m 时，$F=400$ N，此时杠杆平衡. 因此，撬动石头至少需要 400 N 的力.

(2) 对于函数 $F=\frac{600}{l}$，F 随 l 的增大而减小. 因此，只要求出 $F=200$ N 时对应的 l 的值，就能确定动力臂 l 至少应加长的量.

当 $F=400\times\frac{1}{2}=200$ 时，由 $200=\frac{600}{l}$ 得

$$l=\frac{600}{200}=3(\mathrm{m}),$$

$$3-1.5=1.5(\mathrm{m}).$$

对于函数 $F=\frac{600}{l}$，当 $l>0$ 时，l 越大，F 越小. 因此，若想用力不超过 400 N 的一半，则动力臂至少要加长 1.5 m.

用反比例函数的知识解释：在我们使用撬棍时，为什么动力臂越长就越省力？

电学知识告诉我们，用电器的功率P(单位：W)、两端的电压U(单位：V)及用电器的电阻 R(单位：Ω) 有如下关系：$PR=U^2$. 这个关系也可写为 $P=$__________，或$R=$__________.

例 4 一个用电器的电阻是可调节的，其范围为 110～220 Ω. 已知电压为 220 V，这个用电器的电路图如图 26.2-2 所示.

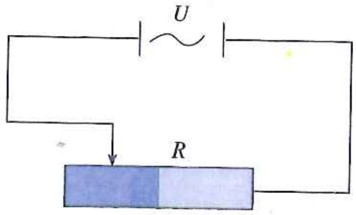


图 26.2-2

(1) 功率 P 与电阻 R 有怎样的函数关系？

(2) 这个用电器功率的范围是多少？

解：(1) 根据电学知识，当 $U=220$ 时，得

$$P=\frac{220^2}{R}. \qquad ①$$

(2) 根据反比例函数的性质可知，电阻越大，功率越小.

把电阻的最小值 $R=110$ 代入①式，得到功率的最大值

$$P=\frac{220^2}{110}=440(\mathrm{W});$$

把电阻的最大值 $R=220$ 代入①式，得到功率的最小值

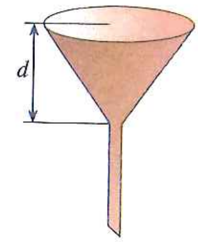
$$P=\frac{220^2}{220}=220(\mathrm{W}).$$

因此用电器功率的范围为 220～440 W.

结合例 4，想一想，为什么收音机的音量、某些台灯的亮度以及电风扇的转速可以调节？

练习

1. 如图，某玻璃器皿制造公司要制造一种容积为 1 L（1 L= 1 dm³）的圆锥形漏斗.



（第 1 题）

   (1) 漏斗口的面积 S（单位：dm²）与漏斗的深 d（单位：dm）有怎样的函数关系？

   (2) 如果漏斗口的面积为 100 cm²，那么漏斗的深为多少？

2. 一司机驾驶汽车从甲地去乙地，他以 80 km/h 的平均速度用 6 h 到达目的地.

   (1) 当他按原路匀速返回时，汽车的速度 v 与时间 t 有怎样的函数关系？

   (2) 如果该司机必须在 4 h 之内回到甲地，那么返程时的平均速度不能小于多少？

3. 新建成的住宅楼主体工程已经竣工，只剩下楼体外表面需要贴瓷砖. 已知楼体外表面的面积为 5×10^3 m².

   (1) 所需的瓷砖块数 n 与每块瓷砖的面积 S（单位：m²）有怎样的函数关系？

   (2) 为了使住宅楼的外观更漂亮，建筑师决定采用灰、白和蓝三种颜色的瓷砖，每块瓷砖的面积都是 80 cm²，且灰、白、蓝瓷砖使用数量的比为 2∶2∶1，需要三种瓷砖各多少块？